Bilimde Bir Dil Olarak Matematik

Cem Güney TORUN

Eylül 2013

GİRİŞ

Fizik bilimi, doğa felsefesi adı altında da olsa, tarih boyunca evrendeki doğal olayların işlediği kuralları, yasaları bulmaya çalışmıştır. Bu yasaları ise ifade ederken son 400 yıla kadar insanların konuştuğu sıradan(bu noktadan sonra doğal dil diyeceğiz) dili kullanmıştır. Son 400 yılda ise bu yasalar matematiksel oranlar şeklinde yazılmaya başlamıştır.

Yazının geri kalanında daha derin irdeleneceği üzere bir bilginin ortaya koyulduğu dilin özellikleri, o bilgi üzerinde çok etkilidir. Fizik bilimi matematiği kendisine dil olarak belirlemiştir. Dolayısıyla matematiğin özellikleri kaçınılmaz olarak fizik bilimini de etkileyecektir.

Bu yazı boyunca hem matematiği, matematik felsefesi bağlamında değerlendireceğiz; hem bilimi, bilim felsefesi bağlamında; hem bilimi bir bilgi üretme etkinliği olduğu, bilgi felsefesi bağlamında ve de en önemlisi matematiği dil bilimi bağlamında değerlendireceğiz.

Ayrıca bu yazının bilimden çok felsefe ile ilgili bir metin olmasından dolayı, okuyucuya bu yazıdakilerin yazarın görüşleri olduğunu hatırlatırız. Burada sunulacak tezler insanların katılmayacağı, destekleyebileceği veya geliştirebileceği fikirlerdir ve her ne kadar nesneyi betimlemek için kullanılsa da özneldir.

Belirtmek istediğim bir diğer konu matematiğin dil olarak değerlendirildiği kaliteli metinler bulmak gerçekten pek mümkün değil. Yaptığım araştırmalarda en azından ben bu konuyu pek çok farklı yanıyla değerlendirebilen beni tatmin eden bir metine rastlamadım. Bu yazıyı bence önemli kılabilecek şeylerden bir tanesi bu üzerine çok el sürülmemiş alanda yazılmış bir metin olması. Yazı boyunca hem kendi aklıma gelen hem de farklı yazılarda belirtilen fikirlerin genel bir derlemesini yaptım. Mümkün olduğunca her açıdan değerlendirmeye çalıştım.

Bu yazıya ayrıca bir sonuç bölümü koymayı gerek görmedim; çünkü yazı boyunca farklı veriler sunup tekil bir gerçeğe yönlendirmeyi denemedim. Metinde matematiğin dil olarak kabul edilip edilmeyeceğini farklı açılardan değerlendirip her bir bölümün kendi içinde sonucunu ortaya koydum.

MATEMATİĞİN BİR DİL OLARAK BİLİME GİRMESİ

Fizik biliminin tarih boyunca işlevi evrendeki olayların dayandığı fiziksel yasaları bulmak olmuştur. Bunu yaparken evrendeki bütün fiziksel olayların(fenomenlerin) determinist ya da indeterminist(kesin neden-sonuç ilişiklerine bağlı ya da değil) olmasından bağımsız olarak bir düzen içinde olduğunu kendine ilke olarak edinir. Bu ilkenin sağlamlığı tarih boyunca filozoflar tarafından tartışılmış ve her zaman buna katılanlar olmamıştır. Evrenin düzen içinde değil de kaos formunda olması bizim tanımladığımız anlamda fizik biliminin çöküşü anlamına gelecektir. Bu kaosu tanımlama işlemi belki felsefenin, belki başka bir isimle adlandırılabilecek bir etkinliğin konusu olabilir ama fizik biliminin değil.

Doğa bilimleri bu fenomenlerin belirli yasalara göre oluştuklarını iddia eder. Peki, bu yasalar nasıl ifade edilebilir? İşte bu noktada bilimin metodunu tartışmaya başlarız. Bunu daha derin olarak inceleyeceğiz, ama Galileo'ya kadar bilim bu yasaları doğal dilin cümleleri ile ifade etmişlerdi. Mesela Aristo fiziğinin bir yasasını "Cisimler, üzerlerine kuvvet uygulandıkları sürece hareket ederler." şeklinde sunabiliriz. Galileo'nun matematik kullanması özellikle aktif deney yapmaya başlaması ile ilgilidir. Kendisi zaman ölçümünü deneylerinde kullandığı bilinen ilk kişidir. Kendisi yaptığı deneylerde sarkaçların(bir ipe bağlanan herhangi bir kütle)hareketinin periyotunun(hareket başlamasıyla başladığı noktaya geri dönmesi arasında geçen süre) sarkacın serbest bırakıldığı yükseklikten bağımsız olduğunu fark etmişti. Dolayısıyla sarkaçların hangi yükseklikten bırakılırsa bırakılsın aynı sürede başladığı yere döndüğü gerçeği onları zaman ölçümü için güvenilir bir araç kılar. Bu olgu onun rahatça zaman ölçümleri yapabilmesine izin vermişti. Bilimsel yasalara aşina olan okuyucular kabul edeceklerdir ki fizik yasalarında zaman, çok sık rastlanan bir değişkendir. Zaman ölçümünün kendisi birçok matematiksel işleme kapı açmaktadır.

DOĞA YASALARININ MATEMATİKSEL OLARAK İFADE EDİLMESİ

Doğa yasaları matematiksel denklemler ile ifade edildiği zaman biz bu denklemleri bir dil gibi algılıyoruz. Bu yasalardaki değişkenleri bilen bir insan(ki bu durumda bu dili öğrenmiş insan sayılabilir) bu yasaların ve fiziksel fenomenlerin bilgisini edinebilir.

Tabi ki fizikçiler, bugün bilgilerini paylaştıkları makalelerde matematiksel dilin yanında doğal dili de kullanmaktadırlar. Yanlış anlaşılma olmaması bakımından bu ayrıntıya dikkat edilmesi gerekir. Fizik yasalarının açıklanması doğal dille yapılan bir eylemdir. Bunun faydalarını ve zararlarını ileride tartışacağız.

İncelemek için yüklü cisimlerin birbirlerine uyguladığı kuvveti bulmaya yarayan Coulomb yasasını ele alalım:

$$F = \frac{k.q_1.q_2}{d^2}$$

Bu denklemi matematiksel olarak algılamadan önce, var olan değişkenlerin anlamlarını doğal dille sunmak şarttır. Bu denklemde F, elektrik yüke sahip iki cisim arasındaki kuvvetin büyüklüğünü, q_1 ilk cismin yükünü, q_2 ikinci cismin yükünü ve d de cisimler arasındaki mesafeyi temsil eder. Bu denklemi matematiksel olarak analiz ettiğiniz zaman, yani bu denklemi matematik diliyle okursanız çıkaracağınız bazı sonuçlar olur. Örneğin q_1 ve q_2 değişkenlerinin değeri arttıkça kuvvetin de değeri artar; yani kuvvet ile bu iki değer doğru orantılıdır. Aynı zamanda kuvvetin büyüklüğü d^2 değeri arttıkça azalır. Yani kuvvet ile mesafenin karesi ters orantılıdır. K değişkeni ise bu orantılardan sonra size kuvvetin değerini verdiren sabit bir sayıdır. Bu değer evrende hep sabittir ve aslında evrenin neresinde deneysel olarak değerleri bulup şu denklemi kurarsanız sonuç aynı çıkar:

$$k = \frac{F.d^2}{q_1.q_2}$$

Ayrıca dikkat edilmesi gereken bir nokta, bu denklemin anlaşılabilmesi için bir insanın matematik bilmesi de gerekir. Örneğin bu denklemde yer alan eşittir(=) işareti, bölmeye yarayan kesir işareti(-) ve çarpmaya yarayan nokta işareti(.) saf matematiksel sembollerdir. Bunlar fizikten bağımsızdır ve fizikten bağımsız olarak bilinmeleri gerekir.

BİLGİ İLE DİLLERİN BİLGİ ÜRETİMİ VE PAYLAŞIMINDAKİ YERİ

Bilginin ne olduğu sorusu tarihin en eski sorularından biridir. Bilginin nesne veya özne kaynaklı olduğu tartışması uzun süredir filozofların tartışmalarında anahtar rol oynamaktadır. Biz bu yazıda bilgiyi bilimin algıladığı şekilde değerlendirmeyi tercih edeceğiz. Yani nesnenin özneden bağımsız bir varlığı olduğunu kabul edeceğiz. İnsanın bu varlığı algılamak için yaptığı deneylerden ve bu deneylere dayanan kuramlardan tümdengelim ile çıkardığı ürünlere kabaca bilgi diyeceğiz. Kant'ın felsefesinde yer alan bu dış dünyadan alınan verilerin insan aklında doğadan bağımsız olarak bilgiye çevrilme sürecini ise şu aşamada göz ardı etmeyi tercih ediyoruz.

Tarih boyunca filozoflar ve dil bilimciler bilginin üretimi ve paylaşımı sırasında dilin önemine dikkat çekmişlerdir. Bu durum bilginin ifade edilmesinden kaynaklanmaktadır. Biz bir bilgi ürettiğimiz ya da edindiğimiz zaman kafamızda bir anlam oluşur. Bu anlam kafamızda bir kavrama dönüşür. Bu kavramı anlarken veya kavramaya çalışırken kelimeler zorunlu mudur sorusu, çoğu insan tarafından zorunlu değildir şeklinde cevaplanabilir. Yine de insanın aklı her ne kadar kelimelerden bağımsız anlama yeteneğine sahip olsa da içimizdeki hep kelimeler üzerinden kavramları ifade etme eğilimi bir olgudur. Yani tam doğru olmasa da, şöyle bir çıkarım yapma hakkını kendimde buluyorum. Biz anlamlarla düşünürüz. Bu anlamları kelimelerle ifade ederiz. Yani kelimeler bizim algılama sınırımızı çizer. Kelimelerin anlamı verebilme kapasitesi, bizim anlama kapasitemizi belirler. Bu kelimeler de dil adı verilen iletişim aracının bir parçasıdır.

Bir bilgi kelimelerden bağımsız üretilse, hatta a priori(öncesiz, ezeli, ilkesel) var olsa bile bunun algılanması ve daha da önemlisi bunun insanlar arasında paylaşılması tamamen diller ile ifade edilmesine bağlıdır.

Eğer bilim bir bilgi üretme etkinliği ise, bilimin ürettiği bilgilerin ifade edildiği dil de önem kazanacaktır.

İnsanların konuştuğu dilin bilgileri paylaşmakta yarattığı engeller tabi ki bu konuda en önemli sorunu teşkil edecektir. Benim burada anlatacaklarım ancak özetin özeti niteliğine sahip olabilir. Bu konuda daha geniş bir anlama çerçevesine sahip olmak isteyenlerin, bu konuda özelleşen kaynaklara yönelmeleri önerilir.

Konuştuğumuz dilin anlamlı en küçük birimine kelime denir. Bu kelimeler başlı başına anlamlara sahiptir; ancak bu anlamlar hep genellemelere dayanır. Aynı zamanda bu kelimelerin anlamları zihnimizde edindiği yere de bağlıdır. Örneğin ağaç kelimesinin TDK internet güncel sözlüğündeki anlamı şudur: "Meyve verebilen, gövdesi odun veya kereste olmaya elverişli bulunan ve uzun yıllar yaşayabilen bitki." Bize ağaç sözcüğü kullanıldığında genel olarak bunu düşünürüz; ama asla ve asla aynısını düşünmeyiz. Kafamızda bazılarımız yaprak kavramlarıyla, bazılarımız da meyve kavramlarıyla ilişki kuracak ve hepimiz kafamızda bir ağaç resmi canlandırdığımızda farklı resimleri düşleyeceğiz. TDK'nın biyoloji terimleri sözlüğüne bakarsanız ise ağacın tanımı şudur: "Gövdelerinde sekonder kalınlaşmanın ve odunlaşmanın olduğu, boyları 3 m'den daha uzun olan çok yıllık bitkiler." Böyle bir tanımı da bilim veya ağaçlara özel bir ilgisi olmayan bir insanın yapmasını ve hatta anlamasını bekleyemeyiz.

Yani aslında kavramların tekil birer tanımı yok; çünkü kelimeler aslında genellemeler yapmak üzerine kuruludur. Biz bir ağaç dediğimizde dünyadaki bütün ağaçları genelleyen bir kavram kullanıyoruz. Elma ağacı dediğimizde dünyadaki bütün elma ağaçlarını genelliyoruz. Tekil bir elma ağacından bahsettiğimizde ise, kurduğumuz cümlelerdeki diğer kelimeler üzerinde farklı genellemelerle yine o ağacı anlatmaya çalışıyoruz. Yani biz bir kavramı asla tam olarak anlatamıyoruz. Ona belki yaklaşabiliyoruz ama hiçbir zaman tam olarak o ağacı kelimelerle tanımlamamız mümkün olmuyor.

İşin bir diğer yanı da bu kelimelerin tanımının bile insandan insana farklılık gösterebilmesi. Felsefe 3000 yıldır bilgi kavramını tanımlamaya çalışıyor. Herkes farklı tanımlar yaptı, farklı kelimeler kullandı.

Örneğin siz “sosyalist” kelimesini kullanırsanız, herkes kafasında devasa farklılıklara sahip bir sosyalist imajı çizer. Biz cümle içinde farklı kelimelerle anlamı daraltsak bile anlamı hiçbir zaman tekil ve değişmez bir forma indirgeyemiyoruz.

MATEMATİĞİN DOĞAL DİL İLE BENZERLİK VE FARKLILIKLARI

Peki, kelimelerin yarattığı bu handikaplar içinde matematik bir dil olarak nerede yer alıyor? Öncelikle benim kişisel olarak yaptığım temel bir ayrımı belirtmemiz lazım. Matematiksel dil ile matematiksel gösterim arasında farklılık vardır. Doğal dilin kelimeleriyle bazı matematiksel tanımlar yapılabilir. Örneğin; “Dikdörtgen: Bir dikdörtgen, dört açısı da dik olan bir dörtgendir.” Bu matematiksel dildir.

Matematiksel gösterim dediğimiz anda ise, şöyle bir örnek verilebilir: “$f: R \to R, f(x) = 3x + 5$”

Robert E. Jamiason’ın “Learning the Language of Mathematics”(detaylı bilgi kaynakça bölümünde mevcuttur) makalesinde belirttiği üzere matematiksel dilin kendini doğal dilden ayıran üç ana özelliği vardır. Bunların ilki, matematiksel tanımlamalarda zaman kipi yoktur. Bu cümleler hep geniş zamanda yazılmalıdır. Geçmiş, şimdiki ve gelecek zaman kavramları matematikte anlamsızdır. İkincisi matematiksel tanımlamalarda herhangi duygusal ve kişisel bir anlam olamaz. Makalesinde belirttiği üçüncü farklılık, matematiksel dilin kesin, hiçbir şekilde muğlaklık ve belirsizlik içermeyen bir dil olduğudur. Ben bu görüşünün fazla iddialı olduğunu düşündüğüm için, bu üçüncü farklılığı daha farklı bir formda yazmayı tercih ettim. Matematiksel tanımlarda mecazlar yoktur ve verilmek istenen anlam olabildiğine kesin bir şekilde sunulmaya çalışılır. Verilmeye çalışılan mesaj direk verilmeye çalışılır, süslü anlatımlar yoktur. Bir şey mümkün olduğunca başka kavramlarla ilişkiye geçirilmeden verilmeye çalışılır. Bunun dışında bir matematiksel tanımı kaliteli ve kalitesiz kılan özellikler vardır. Bunların ayrıntısına bu yazı bazında girmeye gerek yoktur.

Fizik biliminde yapılan tanımlar da aslında matematiksel dil ile söylenmektedir. Sonuçta açıklanan kavramların evrensel ve ebedi olduğu bilimin bir ilkesidir. Yine de bilimsel teoremler ve makaleler incelenince bu konuda matematiksel teoremler kadar keskinlik görülmemektedir. Bilimsel tanımlar matematiksel tanımlara kıyasla daha doğal dile yakın kalmaktadır. Özellikle bazı konular açıklanırken, analojilere başvurulabilmesi çok ciddi bir fark oluşturmaktadır.

Şimdi incelenmesi için “Fizik’te Yeni Bir Çağ Açan Buluş: Kuantum Kuramı” adlı makaleden(detaylı bilgi kaynakça bölümünde mevcuttur) bir bölüm alıntılayacağım:

> “…Bir enerji denklemi olarak, Einstein’in özel görelilik kuramının gereklerine uymuyordu ve 1925’te artık elektronun kütlesi ve yükü kadar önemli bir özelliği olarak kabul edilen spin hareketini göz önünde tutmuyordu. Göreliliğin ve spinin bir biçimde bağlantılı olduğu tahmin ediliyordu ama bu bağlantıyı açığa çıkarmanın bir yolu henüz bulunmamıştı. Dirac’ın geliştirdiği göreceli kuantum mekaniğini anlayabilmek için standart Schrödinger’in denklemini *E* kinetik enerjili serbest bir elektron için kendi formalizmini kullanarak
>
> $$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\left|\Psi\right\rangle = E\left|\Psi\right\rangle$$
>
> biçiminde yazdıktan sonra bu denklemi daha önce geliştirdiği dönüşüm kuramından yararlanarak göreli mekaniğin terimleri cinsinden ifadesinin en yalın biçimiyle aşağıdaki şekilde verilebileceğini gösterdi.
>
> $$i\gamma\partial\psi = m\psi$$

Denklemdeki *i* sembolü $\sqrt{-1}$ sabitini ifade eder, ∂ denklemin bütün diferansiyel yönlerini sembolize eden bir işlemcidir. ψ faktörü dört adet 4x4 sayı kümesini (matrisleri) ifade eder. Artık Schrödinger teorisindeki basit dalga fonksiyonu olmayan ψ dört bileşenden oluşur. Hesaplamaları kolaylaştırmak açısından, Dirac denkleminde birimler seçilirken, olağan birimlere göre elverişsiz ölçüde büyük bir sayı olan *c* ışık hızının ve elverişsiz ölçüde küçük bir sayı olan *h* planck sabitinin bir değerini alması sağlanır."

Bu metinde bahsedilen şeylerin anlaşılmasına bu makale bağlamında gerek yoktur. Özellikle dikkat edilmesi gereken iki kısım var. İkinci denklemin başına kadar olan kısımda matematiksel dilde olmaması gereken "geçmiş zaman" kipine rastlıyoruz. Bunun sebebi yazarın aslında durumun anlaşılabilmesi için bu teorinin gelişiminin tarihsel boyutunu vermesidir. Asıl matematiksel dil ikinci denklemden sonraki bölümde ortaya çıkmaktadır. O noktadan itibaren "geniş zaman" kipinde, matematiksel sembollerin gayet ciddi açıklamalarını ve kesinlikle mecaz ile metafordan uzak dilini okuyoruz.

MATEMATİĞİN VE MATEMATİK DİLİNİN YAPAYLIĞI

Matematiğin bir dil olduğu konusunda eğer hiçbir şüphe kalmadıysa, sorulması gereken bir başka soru karşımıza çıkar. Bizim konuştuğumuz dillerin hepsi doğaldır. İnsan evrimiyle beraber çıkmış, kelimelerin değişimi ve üretimi özel bir çaba göstermeden olmuştur.

Leibniz, Descartes gibi bazı matematikçiler ve daha sonra dil uzmanları, herkesçe anlaşılabilecek, mükemmel, ideal evrensel diller yaratmaya çalışmışlardır. Bu esnada bazı diller üretebilmişlerdir. Bu diller tekil kişilerin(ya da kişi sayısı sınırlı grupların) oluşturduğu yapay dillerdir.

Özellikle 20. yüzyılda fantastik-kurgu ve bilim kurgunun popülerleşmesiyle, bu tarz edebiyat alanlarında yaratılan yeni ırkların konuşması için alternatif dillere gerek vardı. Yüzüklerin Efendisi adlı eserin yazarı Oxford'da edebiyat profesörlüğü yapmış olan J.R.R. Tolkien'in yarattığı Elfçe ve eserindeki diğer milletlere verdiği bu Elfçenin türevi olan diğer diller, yakın zamanda üretilen yapay dillerin başında gelmektedir.

Türkçedeki kavramlarda tam olarak böyle bir ayrım gözükmese de, özellikle İngilizce kaynaklarda yapay dilleri açıklarken iki kavram kullanılmaktadır. Bunların ilki kelime anlamıyla yapay dil anlamına gelen "Artificial Language"dır. Bu kavramı sadece bilgisayar programlama için kullanılan dilleri sınıflandırmak için kullanan vardır. Genel olarak her tür yapay dil için kullanan da vardır. İnsanlar için üretilen diğer yapay diller için inşa edilmiş, yapılmış dil anlamında kullanılan "Constructed Language" kavramı kullanılmaktadır.

Yapay diller genel olarak iki temel kategoride incelenmektedir. Bunlar a priori ve a posteriori dillerdir. A priori diller temel olarak hiçbir diğer dile dayanmadan kendi kendilerine üretilmiş dillerdir. Bu diller tarihsel olarak a posteriori dilleri öncelemektedir. İşlevsel a priori bir dil üretilemeyince bu mutlak dili üretmek için ideallik kenara bırakılıp diğer dillerin gramer özellikleri ya da kelimeleri alınarak diller üretilmeye başlanmıştır. Tolkien'in Elfçesi, aslında eski İngilizceye ve bazı başka dillere dayanır.

Buraya kadar edindiğimiz bilgiler ışığında matematiği bu sınıflandırmalarda nereye yerleştirebiliriz? Bu konuda sanırım bir fikir belirtmeden önce ilk karar vermemiz gereken matematik denen etkinliğin üzerinde uğraştığı kavramlardan yapaylığı meselesidir.

Matematiğin kavramlarının insandan bağımsız, ideal olup olmaması konusunda iki büyük ekol vardır. Bunlar Platoncular ve Platoncu-Olmayanlar diye ikiye ayrılırlar. Biz bu konuda fikir belirtmek yerine her bir görüşe göre matematiğin yapay bir dil olup olmamasını ayrı ayrı değerlendireceğiz.

Özellikle Antik Yunan filozofları Pisagor ile başlayarak ve Platon ile doruğunu ulaşarak, matematiğin idealler dünyasının ortaya çıkış yollarından biri olduğunu söylüyorlardı. Pisagor evrendeki her şeyin matematiksel orantılarla var olduğunu ve bu dizilerin estetik yönünün evrene sinmiş olması gerektiğini düşünüyordu. Eğer bu filozofların görüşlerini kabul edersek, yani nokta, çizgi, integral, diferansiyel gibi kavramların aslında insanların ürettiği değil, bulduğu kavramlar olduğunu öncül olarak alırsak matematik dünyadaki en doğal dil olur. Sonuçta doğa bu dille yazılmıştır.

Böyle bir durumda çıkabilecek bir itiraz matematiksel gösterimlerdeki sembollerin insanların üretimi olduğu olur. Buna verilecek cevap da, doğal dilin alfabelerinin de aslında yapay olduğu olgusudur. Bu gösterimleri matematiğin alfabesi gibi kabul edersek, ciddi ölçüde matematik doğal dil standartlarına girer.

Şu noktada matematiğin evrensel bir doğal dil olabileceği konusunda Carl Sagan'ın "Cosmos" adlı dizisinde verdiği bir örneği belirtmeyi doğru buluyorum. Sagan dizisinde, karşılaşılabilecek uzaylılarla iletişime geçmenin zorluğu konusunda matematiğin ortak bir dil olabileceğini öne sürmektedir. Bu konu da pratik bir iletişim yöntemi olarak, elektromanyetik dalgaların periyotunu sırayla asal sayılar(1 ve kendisi dışında hiçbir sayıya bölünmeyen sayılar) gelecek şekilde ayarlamayı öne sürmektedir. Doğadaki bizim bildiğimiz hiçbir süreç sırayla asal sayıları verebilecek bir elektromanyetik dalga üretmemektedir. Eğer bize bir gün sırayla "2, 3, 5, 7, 11, 13…" şeklinde periyodu değişen bir elektromanyetik dalga gelirse anlarız ki bu aslında zekâ seviyesi bir yere ulaşmış bir uygarlıktan geliyordur; çünkü asal sayıların aslında doğa üzerinde hiçbir özel yanı yoktur. Herhangi bir elektromanyetik dalga bu şekilde geliyorsa, buna bir çeşit estetik anlam yükleyebilmiş ve matematiği bir yere ulaşmış bir medeniyetten geliyordur. Dolayısıyla bu tarz matematiksel kavramlar evrenin her yanında canlılar tarafından üretiliyorsa, matematik gerçekten iyi bir iletişim aracı olarak kullanılabilir. En azından bu örnekte bir medeniyetin varlığını gösteren bir bilgi olarak bize iletilebilmiştir.

Eğer matematiğin üzerinde çalıştığı kavramların yapay olduğunu kabul edersek yani Platoncu olmayanların görüşleri üzerinden hareket edersek bu konuda biraz daha şüpheye düşeriz. Üretilen kavramlar yapay iseler bunların bir araya gelişinden oluşan dil aslında çok kaliteli bir a prori yapay dil olabilir. Sonuçta matematik değişmekte olan bir dil olmakla beraber gayet tutarlı bir dildir.

Bu durumda değerlendirilmesi gereken bir diğer sorun da aslında dilin şu ana kadar düşünmediğimiz bir diğer işlevidir. O da sanatsal işlevi. Biz matematiğin özünde mecazdan ve metafordan uzak olunması gerektiğini söyledik ki bunlar da edebiyatın özüdür. Eğer bir dille edebiyat yapılamıyorsa biraz romantik konuşmak gerekiyorsa o dil sakattır. Sonuçta edebiyat tarih boyunca doğal dillerin eksik olmayan bir işlevidir. İnsanoğlunun üretebildiği en kaliteli dilin edebiyat yapmasının imkânsız olması önemli bir ayrıntıdır.

Platoncu olmayanların bir alt kolu da mantıkçılardır(logicist). Bu grup da mantığın ideal olduğunu matematiğin ondan çıkarsandığını ve onun üzerine inşa edildiğini savunurlar. Böyle bir bakış açısını öncül kabul edersek bu sefer matematiğin mantık üzerine kurulmuş bir a posteriori yapay dil olduğu ortaya çıkar.

MATEMATİKSEL GÖSTERİMLERİN EVRİMİ

Dillerin tarih boyunca değiştiği bir olgudur. Sürekli yeni kelimeler ortaya çıkar. Zaman içerisinde dilbilgisi kuralları bile dejenere olup, yeni kurallar ortaya çıkarabilir. Matematiğin en ilginç yanlarında bir tanesinin de matematiksel gösterimlerin de yeni sembollerin icadıyla tarih boyunca değişiklik göstermesidir.

Tarih boyunca özellikle farklı kültürler farklı gösterimleri tercih etmişlerdir. Sayıları Yunanlar farklı, Hintliler farklı, Çinliler farklı, Romalılar farklı, Araplar farklı göstermiştir. Özellikle işlemlerin gösterimini doğal dilin cümlelerine eski metinlerde rastlamak mümkündür. Örneğin Öklid'in

“Elements” kitabında bir bölümü inceleyelim. Bu bölümü “Mathematics as a Language” makalesinden alıp, Türkçeye çevirdim:

Eğer bir çizgi rastgele ikiye bölünürse, toplamın karesi her bir parçanın karesine ve o iki parçanın oluşturduğu dikdörtgenin alanın iki katına eşittir.(Euclid, *Elements*, II.4, M.Ö. 300)	$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

Soldaki bölüm Öklid’in kitabında anlattığı formu, sağdaki ise aslında söylemeye çalıştığı denklem. Tabi burada Öklid’in bu bağıntıyı geometrik kavramlar üzerinden anlatmaya çalışması ayrıca değerlendirilmesi gereken bir meseledir. Yunanların cebirden çok geometri konusunda çalıştıkları bir olgudur. Dolayısıyla dilleri de bu tarz açıklamaları geometri üzerinden yapmaya götürüyor. Sağdaki bağıntı ise gerçekten cebirsel bir gösterim sayılır. Pratik olarak geometriyle çok bir ilişkisi yok.

Dikkat çeken bir diğer ayrıntı ise matematiksel gösterimin, matematiksel tanıma olan üstünlüğüdür. Takdir etmek gerekir ki bir insan biraz matematiksel gösterimlerin eğitimini almışsa, sağdaki denklemi çözmek, soldaki cümleyi analiz etmekten çok daha kolay gelecektir.

Matematik tarihi incelendiği zaman bizim şu anda sahip olduğumuz matematiksel sembollerin 14. ve özellikle 15. yüzyıllarda ortaya çıktığı, 18. yüzyılın ortalarına gelindiği zaman, yani Isaac Newton matematik ve fiziğin birleşimini kesinleştirene kadar bayağı yerleştiği gözüküyor. Bu fiziğin gelişmesi için matematiğin daha önden gelişmiş olması gerektiği tezini desteklemektedir. Tabi matematik bilimi hala yeni işlemler için, yeni semboller üretmektedir. Örneğin matrislerin determinantın hesaplamak için kullanılan semboller aslında 19. yüzyıla dayanır. 20. yüzyılda matrisler fizikte önemli bir yer kazanmıştır. Sonraki bölümlerde matematiğin fizikle olan ilişkini bu bağlamda daha derin değerlendireceğiz.

Gösterimlerin yaklaşık 200 yıldaki evriminin iyi anlaşılabilmesi için “Evolution of Algebric Symbolism” makalesinden bir bölüm kopyalayacağım. Aşağıdaki gösterimlerin hepsi aslında $4x^2 + 3x = 10$ denklemin farklı matematikçiler tarafından gösterimleri:

Nicolas Chuquet	1484	4^2 *p*3^1 égault 10^0
Vander Hoecke	1514	4 *Se* + 3 Pri dit is ghelijc 10
F.Ghaligai	1521	4 □*e* 3c° - 10 numeri
Jean Buteo	1559	4 ◊*p* 3 *p* [10
R.Bombelli	1572	$\overset{\smile\!\!\!\!2}{4}$ *p* $\overset{\smile\!\!\!\!1}{3}$ equals á 10
Simon Stevin	1585	4 ② + 3 ① egales 10
François Viète	1590	4*Q* + 3*N* aequatus sit 10
Thomas Harriot	1631	4aa + 3a === 10
René Descartes	1637	4ZZ + 3Z ∝ 10
John Wallis	1693	4*XX* + 3*X* = 10

Bu noktada söylenmesi gereken önemli bir ayrıntı matematiksel gösterimlerin aslında kişilere özel olduğudur. Farklı matematikçiler farklı gösterimleri tercih etmişlerdir. Bu gösterimlerin birer standart haline gelmesi 19. yüzyılı bulmuştur.

Sorulması gereken bir diğer soru da şudur: Doğal dillerin değiştiği bir olgu iken, bu değişim matematikte olduğu gibi gelişme ya da evrim sayılır mı? Bu başlı başına uzun uzun değerlendirilmesi gereken bir konudur. Eğer bu kabul edilirse matematiğin dil sayılması için destekleyici bir argüman olur.

MATEMATİKSEL GÖSTERİMLERİN KESİNLİĞİ

Fizik bilimi teorilerini oluştururken evrenin bir modelini yaratır. Bu model aslında matematiksel bir modeldir; çünkü fizik yasaları denen matematiksel eşitliklerin üzerine kuruluştur. Dolayısıyla biz bir model yaptığımız zaman aslında evreni fiziksel yapısından uzaklaştırır ve matematik dünyasında değerlendirmeye başlarız. O dünyada yarattığımız modelden bazı fiziksel olayları çıkartmaya ve o yasalara bağlamaya çalışırız. Eğer bu modelin sonuçları evrenle uyum gösteriyorsa, bir hatası bulunana kadar doğru kabul ederiz. Yine de bu işin şöyle bir yanı da vardır. Eğer o model kendi içinde tutarlı ise evrenle paralellik göstermesinden bağımsız olarak kendi içinde doğrudur. O ayrı bir evrendir zaten. Eğer bizimkiyle benzerlik gösteriyorsa ne mutlu bize…

Şu noktada ise sorgulanması gereken apayrı bir durum ortaya çıkar. Peki, bu matematiksel modelin sonuçları kendi içerisinde tutarlı mıdır? Yani demeye çalıştığım bu matematiksel modelin teoremleri kendi içerisinde kesin ve tartışmasız olarak kanıtlanabilir mi? Şu soru aslında artık fiziği aşıp matematiği sorgulatmaya başlamak anlamına gelir. Bu bölümde matematiğin kendi içinde tutarlı olup olmayacağını inceleyeceğiz. Sonuçta fizik biliminin ürettiği modelin evreni tanımlama iddiası varsa bu model tam tutarlı olmalıdır.

Peki, matematik nasıl işler ve matematiksel teoremler veya bilgiler nasıl çıkarılır? Matematikte ilk önce bazı tanımlar yapılır, bir diğer değişle aksiyomlar belirlenir. Bu aksiyomlar kanıtlanması gerek olmayan önermelerdir. Daha sonra bu önermelerden bazı teoremler veya sonuçlar üretilir. Örneğin "2+2=4" eşitliği aslında bir teoremdir. Bu teoremin kanıtlanması için ilk önce sayıların, toplama işleminin ve eşitliğin tanımlanması gerekecektir. Eğer bu tanımlar yapıldıysa mantık kurallarıyla bu çıkarsama yapılır.

Yani şöyle bir duruma geliyoruz. Matematiksel teoremin kesinliği aksiyomlardan sonucun doğru bir şekilde çıkarsanmasına dayanıyor. Yani bu tanımlara dayanarak sorulan bir sorunun cevabı tek ise bu modelin kesin olduğundan bahsedebiliyoruz. Fiziksel modellerde aslında tanımlarımız fizik yasaları, teoremlerimiz ise anlamaya çalıştığımız görüngüler(fenomenler) oluyor. Eğer matematik tutarlıysa bu fenomenleri fizik yasalarına bağlı olarak çıkarabiliyoruz.

Bu durumda benim şahsi görüşüm matematiğin sağlamlığı konusundaki bütün sorun mantığın kesinliğine dayanıyor. Sonuçta çıkarsama eylemi mantık kurallarına dayanıyor. Biz bilimin dili matematik dedik. Aslında bir bakıma da matematiğin gramer kuralları da mantık oluyor. Peki, mantık ideal ve kesin midir? Bu durumda cevaplanması gereken soru mantığın insan zihnine nasıl yerleştiği oluyor. Bu soruların cevaplarının pek çok alternatifi olabilir ve hepsini değerlendirmek sayfalar doldurabilir. Ben bu konuda şahsi görüşümü belirteceğim ve bu durumda aslında felsefi bir iddiada bulunacağım. Matematikte tanımlardan yola çıkarak teoremler üretilir ya da teoremlerden tekrar tanımlara varılarak teoremler kanıtlanır. Fizikte ise teoreme eşdeğer gördüğümüz fiziksel olaylar karşımızdadır. Bu fiziksel olaylar aynı fizik yasalarına dayanıyorlarsa aralarında bir ilişki olmalıdır ve bu ilişki aslında önceden de belirttiğimiz gibi matematiksel olmalıdır. Fizik bilimi de aslında görüngülerden fizik yasalarına ulaşır, o yasalardan da daha önce denenmiş koşullarda oluşabilecek fenomenleri tahmin eder ve genelde teorilerini öyle güvenilir kılar. İnsanların tamamen fiziksel koşullarla ve evrimle oluşmuş beyinleri etrafında olup biten olayları değerlendirirken aslında bu fiziksel olayların birbirleriyle olan ilişkileri üzerinden zihinlerinde evren modeli oluştururken mecburen mantık kurallarını anlamaya başlar; çünkü bu olayların bağlantısı matematiğe ve dolayısıyla mantığa bağlıdır. Bu durumda biz mantığın kaynağını metafiziksel idealara bağlamadan ama mantığın tamamen kesin ve tutarlı olduğunu ortaya koyan bir hipotez üretmiş bulunduk.

Bu durumda ortaya bir başka sorun çıkar. Biz bu kesin ve tutarlı mantığı tamamen algılayıp içselleştirebilir miyiz? Bu soruya da şöyle bir cevap vermeyi tercih ediyorum. Aynen fizik yasalarında olduğu gibi biz de sağduyu ve sürekli tecrübe etmeyle bir mantık algısı oluştururuz; ama bu mantık mükemmel olmayabilir. Gerçekten biraz veya çok daha farklı olabilir. Sonuçta matematiğin mantık diye bir alt dalı var ve sürekli yeni modeller üretebiliyor. Eninde sonunda mükemmel işleyen mantık kurallarına da ulaşmamız mümkün olabilir. Hatta belki de evrendeki tüm fiziksel olayları açıklayacak o "Her Şeyin Teorisi" üretilmek için algıdaki değişiklikten çok, mantığımızda bir değişiklik bekliyor olabilir.

Matematiğin değerlendirilmesi konusunda ortaya çıkan en önemli şeylerden bir tanesi paradokslardır. Matematiğin cevap veremediği ve kesin sonuçlara ulaşamadığı ilginç örneklerdir. Paradoksları çözmenin üç tane yolu vardır. İlki tanımların birbirleriyle çelişkide olduğuna, eksik olduğuna ya da yetersiz olduğuna karar verip tanımları değiştirmek. İkincisi ise çıkarsama yaptığımız mantık kurallarının yanlış olduğuna karar verip onları değiştirmek. Üçüncüsü ise paradoksu çöpe atıp böyle bir durumun olmayacağını tamamen kabul etmek. İlkine verebileceğimiz örnek modern matematiği kökünden etkileyen Russell paradoksudur. Bu paradoksu uzun uzun açıklamaktansa sadece sorunu ve çözülme yöntemini söyleyeceğim. Bu paradoks kümelerle ilgili bir çelişkiyi ortaya koymaktaydı. Bir küme tanımı yapılmakta, küme aksiyomlarına uymakta ama kümenin varlığı bir çelişkiye ve aslında birbirleriyle zıt iki sonucun çıkmasına sebebiyet vermekteydi. Bunun çözümünde aslında üçüncü yöntemin de izi vardır. Böyle bir küme olmayacağına karar verip küme tanımları değiştirilmiş ve kümelerde bir çeşit derecelendirme sistemine geçilmiştir. Bu yapılırken de yeni aksiyomlar üretilmiştir. Üçüncü yönteme örnek olarak ise sayılara dayanmayan ama matematiksel sayılabilecek berber paradoksunu örnek verebiliriz. Bu paradoksun açıklamasını Ali Nesin'in Matematik ve Gerçek kitabından direk olarak alıntılayacağım:

> "Köyün birinde bir berber varmış. Bu berber, o köyde kendini traş etmeyen herkesi traş edermiş, kendini traş edenleriyse etmezmiş. Soru şu: Bu berber kendini traş eder mi, etmez mi? Kendini traş etmezse, kendini traş etmeyen herkesi traş ettiğinden kendini traş etmeli. Kendini traş ederse, kendini traş edenleri traş etmediğinden, kendini traş etmemeli."

Bu paradoksun çözümü ise çok basittir. Böyle bir berberin varlığı mümkün değildir ve olamaz; çünkü varlığı mantıksal değildir. Dolayısıyla bu soru saçmadır. Yani evrende kendini traş etmeyen herkesi traş edebilecek bir berber olamaz. Bu ucuz ve kolaycı bir yöntem olarak görülebilir ama matematikçilerin çoğunlukla kabul ettiği çözüm yöntemi budur.

Matematiğin kendini, yeni mantık sistemleri aramaya yönlendiren bir paradoks Sortires paradoksudur. Bu paradoksun tanıtımı bir kum yığınıyla başlar. İlk sorulan soru bu kum yığınından bir tane kum alınırsa, bu tane de bir yığın olur mudur sorusudur. Buna verilen cevap doğal olarak hayırdır. İkinci sorulan soru peki bu tek tane alınınca kalan yığın da hala bir yığın mıdır sorusudur. Buna da verilen cevap evettir. Peki, bu işlem sürdürülürse hangi noktada bu yığın, yığın olmaktan çıkar? Sadece iki tane tane kaldıktan sonra birini çıkardığımızda mı? Normal şartlarda bu sorunun yığın tanımının eksikliğinden dolayı ortaya çıktığı söylenebilir. İşte mantığın değişmesi gerekliliği de buna bağlıdır. Tanımı belli olmayan önermeler üzerinden işlem yapmak klasik mantıkla çözülemez ve alternatif yöntemler ister.

Mantığı bu kadar irdeledikten sonra biraz da aksiyom kavramını irdeleyelim. Bu konuda sorulması gereken soru şudur: Üretilen modellerin teoremleri(ki bizim kurduğumuz paralellikte her türlü fenomen oluyor) içinde kanıtlatabilecek bir aksiyom sistemi(ki bizim durumumuzda fizik yasaları oluyor) kurulabilir mi? Bu soruyu matematik için soran kişi David Hilbert(1862-1943) bu sorunun cevabının evet olması gerektiğini düşünüyordu ama bunu doğrulayacak ya da yanlışlayacak bir yöntem bulamamıştı. Bu sorunun cevabını vermek Kurt Gödel'e(1906-1978) kaldı. 1931 yılında ortaya koyduğu "Eksiklik Teoremi", her türlü aksiyom sisteminde her zaman ortaya konulabilecek kanıtlatılmak için yeni bir aksiyom isteten bir teorem kurulabileceğini kanıtladı. Bunun kendi kurduğumuz paralellik bağlamında değerlendirilmesi evrendeki bütün fenomenleri açıklayabilecek her şeyin teorisinin imkânsızlığını ortaya koyar. Yani her zaman yeni bir fizik yasası isteten bir fenomen olacaktır. Bu durumda artık bizim kurduğumuz paralellik sorgulanmaya başlar. Fenomen=teorem ve aksiyom=fizik yasası eşitliği tam doğru olmayabilir. Ya da bir diğer öncül fenomenlerin teoremler gibi sonsuz olması gerekmeyebilir. Eğer bizim teorem üretebildiğimiz gibi doğa fenomen üretemiyorsa o zaman "Her Şeyin Teorisi" kurulabilir.

MATEMATİKSEL METOTLARIN FİZİK BİLİMİNDE İŞLEVİ

Daha önce bilginin üretilmesinde dilin sınırlayıcı işlevi olduğunu açıklamıştık. Matematiğin sahip olduğu metotlar da bilim için bir çeşit sınırlayıcı etki yapabilir. Bazı fiziksel hesaplamalar yapılırken matematiksel metotlar hayati önem taşırlar. Daha sonraki bölümde de işleneceği üzere bazı matematiksel yöntemler ve kavramlar fizikten bağımsız olarak üretilir ve daha sonra fizik içerisinde çok önemli bir yer tutar.

Isaac Newton sonsuz küçükler hesabını bulup fiziksel hesaplamalarda kullanarak matematiğin fizik içine girişini kesinleştirmiştir. Bu sonsuz küçükler hesabı ile düzgün olmayan hareketler üzerinde işlemler yapılabilmiş ve pek çok fenomenin, üzerindeki değişkenlerin bulunması şartıyla, hesaplanmasına yarayacak formüllerin üretimi için hayati bir teknik üretilmiştir.

Matrisler birden fazla sayıyı bir grup halinde göstermeye yaran, bazı çok bilinmeyenli fonksiyonlar üzerinde işlem yapmaya yarayan bir matematiksel gösterimdir. Bu matrisler birbirleriyle işleme girebilirler. En ilginç özelliklerinden bir tanesi matrisler birbirleriyle çarpılırken elemanların yerinin değişmesi sonucu değiştirir. Normalde üç ve beşi çarpmakla, beş ve üçü çarpmak arasında fark yoktur. Kuantum mekaniğinin kurucularından olan ve belirsizlik ilkesini üreten Werner Heisenberg, bu ilkesini üretirken yapılan işlemler sırasında terimlerin yerleri değişince sonucun farklı olduğunu fark etti. Bunun üzerine yaptığı matematiksel araştırmalarda matris denen kavramı öğrendi. Daha sonra bu ilkeyi formüle ederken matrisleri kullandı. Matrisler bu ilkenin oluşumunda hayati önem taşıdı.

Fizikte çok sık kullanılan matematiksel teoremlerinden biri de olasılık teorisidir. Bu olasılık teorisine dayanan istatistiksel metotlar fiziğin farklı bölümlerinde kullanılmış ve hatta o dallarda hayati önem oynamıştır. Termodinamik içerisinde yer alan istatistiksel mekanik her biri teker teker gözlenip hareketleri hesaplanamayan parçacıkların hepsinin olasılıklar ve istatistikler dahilinde yönelimlerini hesaplamaya yaramıştır. Ayrıca bu taneciklerin istatistiksel yapısı kuantum mekaniğinin zaten özündeki olasılıksal yapısının temelini oluşturmuştur.

Kuantum mekaniğinde bazı işlemlerde kök içerisinde negatif sayılarla işlem yapmaya yarayan karmaşık sayıların kullanılması da söz konusudur.

Bu tarz somut örneklerden sonra matematiğin mühendislik alanındaki pratik faydalarını söylemek mantıklı olacaktır. Bugün kullanılan matematiksel yöntemler gerçeğe yeterince yakın sonuçlar verebilmektedir. Böylece yapılan binalar önceden hesaplanabilmiş depremlere karşı ayakta kalmakta, yapılan arabalar önceden belirlenen bir hıza kadar dağılmamakta, internet ile herkes birbirleriyle neredeyse ansal bir hızda iletişim kurabilmektedir.

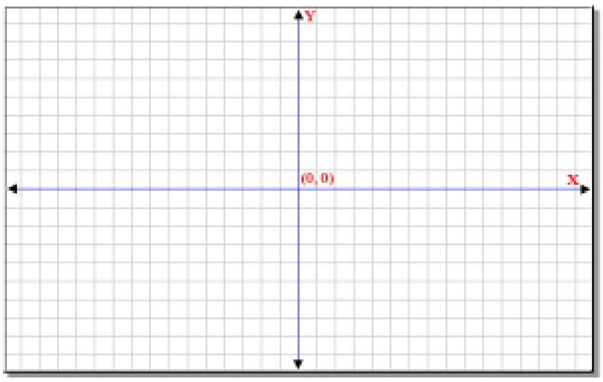
Değerlendirilecek bir diğer düşünce fizik biliminin bugün yaşadığı bazı bunalımları(örn: görelilik teorisi ile kuantum mekaniğinin birleştirilmesi, sicim teorisi hesaplamaları) aslında matematiğin yeterince gelişmemiş olmasına bağlanmasıdır. Bizim yazımızın bağlamında bu gerçekten kabul edilebilecek bir tezdir. Bunu düşünenler, bu sorunların çözülümünün henüz bulunmamış matematiksel metotlara bağlı olduğunu düşünmektedirler.

MATEMATİKSEL KAVRAMLARLA FİZİKSEL KAVRAMLARIN İLİŞKİSİ

Fizik bilimi ile matematiğin ilişkisi değerlendirildiğinde, üzerinde durulması gereken bir diğer nokta üzerlerinde çalıştıkları ortak kavramlardır. Fizik ile matematiğin kesiştikleri belki de en önemli kavram ***uzay*** kavramıdır. Fizik bilimi uzay kavramına matematiğe kıyasla daha deneyime dayalı bir şekilde bakar. Fizik, uzay kavramını hareketi açıklamaya çalışırken mantıksal bir şekilde türetir. Eğer hareket denen şeyin kabaca tanımı uzayda yer değiştirmek ise, fizik biliminin hareketi açıklarken hem uzayı hem de yer kavramlarını açıklaması gerekmektedir. Matematik ise uzay kavramını daha ussal ve metafiziksel bir şekilde kendi aksiyomları üzerine oturttuğu temelde değerlendirir. Yarattığı uzayda tabiri caizse tamamen kendi istediği şekilde hiçbir şekilde gerçek evreni umursamadan oyunlar oynar.

ÖKLİD VE DECARTES UZAYI

Matematik uzayın tanımını ilk önce M.Ö. 3. yüzyılda Öklid'le düzgün bir sürekli diye tanımlamıştı. Bu sürekli uzayın sonsuz tane düz çizgiden oluştuğu şeklidir. Bunun düzleme uygulanması uzay tanımını değiştirmez. İki boyut da üç boyut kadar matematiğin gözünde anlamlıdır. Öklid bu uzayı sadece cisimlerin ve şekillerin yapısını temellendirmek için tasarlamıştı.



Şekil 1. Kartezyen koordinat sistemi, Öklid'in tasarladığı düzgün sürekli uzaya dayanır.

Bu uzayın gerçekten temellendirilmesi 17. yüzyılda Rene Descartes'ın çalışmalarına dayanır. Descartes analitik geometriyi başlatarak düzlem ve uzay üzerinde çeşitli kavramları tanımlayabilmişti. Kartezyen koordinat sisteminde nokta, doğru, düzlem ve uzay kavramlarını tanımlanmış ve onlar üzerinden farklı boyutların birbirleriyle birleşmesiyle oluşan düzgün sürekli bir uzay tasarlanmıştı. Bu kavramlar üzerinden konum kavramı da ortaya çıkmıştı. Uzayda iki nokta arası mesafeler geometri üzerinden hesaplanmaya başlamış, trigonometrinin de gelişmesiyle pek çok uzunluk hesabı kolaylaşmıştır.

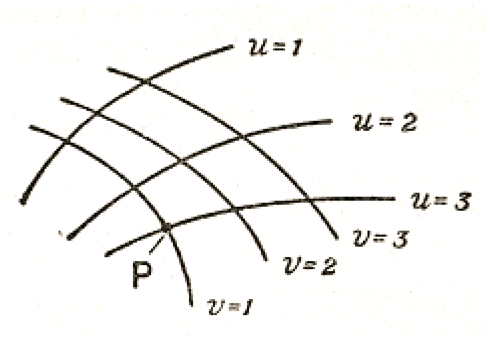
Genel olarak modern fizik tarihinde iki tip uzay modeli birbirleriyle çatışma halinde olmuştur. Bunlardan ilki Newton'un görüşü sayılabilecek uzayın mutlak olduğu ve cisimlerin hareketsiz uzaya göre hareketlerinin var olduğunu savunur. İkinci model ise Leibniz'in olup uzayın aslında farklı cisimlerin birbirlerine göre olan konumları ile oluşturulmuş ve herhangi mutlak bir hareketin değerlendirilmesinin zor olduğu bir uzaydır. 1916'ya kadar Newton'un modeli çok büyük oranda hâkimiyetini bilim çevrelerinde korumuştur. 1916'dan sonra izafiyet teorisi ile beraber Leibniz'in modeline biraz daha yaklaşan bir modele geçilmiştir.

Newton'un uzay modeli aslında Descartes'ın Kartezyen koordinat sisteminin üzerine kurulmuştur. Newton ve devamında gelenler uzayı düzgün, her yöne sürekli giden, sonsuz boyutta bir boşluk olarak düşünmüşlerdi. Burada önemli bir nokta fiziğin 1600lerin ortalarından 1916'ya kadar kullandığı bu uzay aslında metafizik kökenlidir. Elbet materyalist bir insan bu görüşlerin özlerinin aslında filozof ve matematikçilerin gerçek dünyada gördüklerinden yola çıktıklarıyla ulaştıklarını iddia edebilir ve bu konuda haksız olmayabilir de; ama bu matematikçiler uzayı tamamen kendileri için tanımlamışlardı;

fizik bilimi için değil. Bunun üzerine tamamen başka bir bilim inşa edilebildi. Bu konudaki en ilginç tarihi özellik yeni uzay tanımlarının hiç de öyle bir amaçla yaratılmamış olmalarına rağmen fizik biliminde sonradan kullanılabilmeleridir.

GAUSS VE RIEMANN GEOMETRİSİ

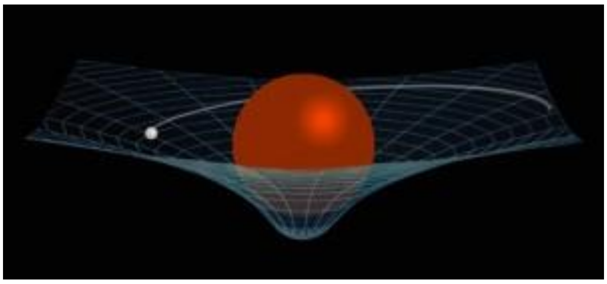
19. yüzyılda Gauss, Riemann ve Hilbert gibi matematikçiler, farklı prensiplere dayanan, tamamen metafiziksel ve kurgusal yeni geometriler ve matematik sistemleri üretmek üzerinde çalışıyorlardı. Carl Friedrich Gauss yeni bir koordinat sistemi fikri ortaya çıkardı. Bu sistemde üç boyutlu uzay düz doğrulardan değil, eğrilerden oluşuyordu.



Şekil 2. Gauss Koordinat Sistemi, düzgün olmayan sürekli bir uzaya dayanır.

Daha sonra, Bernhard Riemann kendi adıyla anılacak olan çok boyutlu Riemann geometrisi teoremini "Über die Hypothesen welche der Geometrie zu Grunde liegen"(Geometrinin Altında Yatan Hipotezler) adlı yazısında yayınladı. Bu yazısında ürettiği geometri Gauss'un koordinat sistemine dayanıyordu.

Albert Einstein 1916 genel görelilik kuramında, kütlelerin uzay geometrisinin şeklini bozup doğruları eğrilttiğini, kütleçekiminin sebebinin bu olduğunu iddia etti. Bu denklemleri formüle ederken de Riemann geometrisini kullandı.



Şekil 3. Cisimler uzayın yapısındaki bozulmalar yüzünden birbirlerini çekerler.

Böylece 1916 itibariyle fizik Descartes ve Öklid uzayını kenara bırakıp Riemann uzayını kullanmaya başlamış bulanmaktaydı. Bu uzay bazı fiziksel fenomenleri açıklamak için tasarlanmamıştı, tamamen kurgusaldı; ama evreni açıklamakta fevkalade faydalı oldu.

KONUM KAVRAMI

Uzay tanımlarının fizik için ne anlama geldiğini açıkladıktan sonra konum kavramının ne olduğunu incelemeliyiz. Konum kavramı fizik için tam anlamıyla belirsiz bir konudur. 1927 yılında Heisenberg'in belirsizlik ilkesi gerçek evrende hiçbir zaman bir cismin konumunun tam olarak bilinemeyeceğini göstermişti; ancak hem Riemann hem de Kartezyen geometride konumlar gayet belirli ve üzerinde işlem yapılabilir durumdadır. 1905 özel görelilik teorisine göre de konumlar kendisini orijin alan kişiye göre her zaman anlamlıdır; ama evrende nesnel bir orijin almak mümkün değildir. Dolayısıyla bütün konum ve zaman kavramları görelidir; ancak geometride (0,0,0) noktası aslında bir noktaya atanmaz. Aksiyomatik olarak orada zaten vardır ve işlemler onun üzerinden yapılır. Dolayısıyla bu tarz sistemlerde görelilik Einstein'ın anlattığı anlamda yoktur.

SÜREKLİLİK

Bir diğer tartışılması gereken konu da süreklilik meselesidir. Bu konuda her zaman ortaya atılan ve yüzleşilmesi gereken örnekler Zenon Paradokslarıdır.

Elealı Zenon'un(yaklaşık olarak milattan önce 490 ve 430 yılları arasında yaşamıştır) en önemli üç paradoksu şunlardır:

1- Bir kimse hiçbir zaman ulaşmak istediği noktaya ulaşamaz; çünkü oraya gitmek için önce yolun yarısını, sonra kalan yolun yarısını, sonra o yolun da yarısını gitmek zorundadır. Bu döngü böyle gideceği için kişi asla varmak istediği noktaya varamaz.

2- Akhilleus ve kaplumbağa bir koşu yarışı yapacaktırlar. Akhilleus daha hızlı olduğu için kaplumbağanın önden başlamasına izin verir; ancak hiçbir zaman kaplumbağayı geçemez. Bunun sebebi Akhilleus kaplumbağanın yarışa başladığı yere geldiği zaman, kaplumbağa biraz ilerlemiş olacaktır. Akhilleus kaplumbağanın ikinci andaki yerine vardığında, kaplumbağa yine biraz ilerlemiş olacaktır. Üçüncü andaki yerine vardığında, kaplumbağa yine hareket etmiş olacak ve bu döngü böyle gidecektir. Dolayısıyla Akhilleus asla kaplumbağayı geçemeyecektir.

3- Havada hareket etmekte olan bir ok, hareketinin her anında sabit bir konumdadır. Eğer zamanı oluşturan "an"lar tekil, sabit ve belirli noktalar iseler, ok her birim anda durmaktadır. Eğer her birim anda durağan ise hareketin tamamında da durağan olması gerekir. O zaman ok hareketsizdir ve hareket etmek mümkün değildir.

Bu paradoksların çözümlerinden biri aslında, dünyadaki uzaklıkların kesintili-süreksiz olduğu ve kişinin yolun yarısını gitmesinin mümkün olmadığı olabilirdi. O en küçük uzunluk birimi parçalanamaz olursa ve sen hep o birimleri takip edersen, her zaman yolun yarısını gidemezsin; çünkü yolun yarısı bir birimin içinde kalabilir. Sen sadece o parçaları teker teker harcayarak yolu bitirebilirsin. Bu çözüm aslında zamana da uygulanabilirdi. Zamanın küçük an parçalarından oluştuğu ve daha küçük bir zaman diliminde farklı bir olayın meydana gelmesinin mümkün olmadığı kabul edilebilirdi. Yani zaman akışının bizim fark edemeyeceğimiz ama sabit büyüklükte küçük anların(ya da "kare"lerin) sırayla akması olabilirdi. Hatta 4 boyutlu evrenin, sınırsız sayıda, ölçülebilir boyuttaki, sınırlı noktalardan oluştuğu aksiyomu kabul edilip, bambaşka, süreksiz bir evren çizilebilirdi; ancak fizik bilimi böyle bir tanım yapmaya tam olarak gerek duymadı.

Bu paradoksların yanı sıra bir de akış meselesi vardır. Fizik bugün enerji akışının kesintili olduğunu ve sürekli olmadığını Planck formülü ile kabul etmektedir. Newton ürettiği diferansiyel denklemlerle her şeyi sürekli kabul edip bunlar üzerine fiziğini kurdu. Burada yine önemli bir nokta bu diferansiyel denklemleri kurarken aslında Newton'un amacı fiziksel problemlerle uğraşmak olmakla beraber, bu hesaplamaların fizikten bağımsız olmalarıdır. Bunlar matematiğin kendi içerisinde fizik tarafından kullanılsa da tek başına var olan bir parçasıdır.

DİĞER KAVRAMLAR

Matematiğin doğru parçalarını yönlü olarak ifade etmek için kullandığı vektör kavramı, fiziksel kuvvetlerin yönünü ve şiddetin belirlemekte fayda sağlamaktadır.

Geometrinin tarihi pragmatik misyonu alan hesaplamaktır. Geometri ürettiği birimler ve matematiksel araçlarla uzunluk, alan ve hacim hesaplamayı sağlamaktadır. Bu hesaplar sadece aksiyomlara dayanan cisimleri değil, bizim fiziksel evrenimizin cisimlerini de açıklayabilmektedirler. Bu tarz hesapların yapılması zaten Mısır ve Babil'de matematiğin var olma sebebiydi. Konu dışına çıkmak gerekirse, bunların kurgusal, tasarımsal ve aksiyomatik hale getirilmemesi, matematiğin o coğrafyalarda gelişememesini ve bu işin bunları yapabilen Yunanlara kalmasına sebebiyet vermiştir.

MATEMATİKSEL KAVRAMLARIN FİZİKSEL KAVRAMLARDAN BAĞIMSIZLIĞI

Yazının başından beri birkaç farklı örnekle gösterdiğim ve bu tartışmanın matematiğe genişletilmesiyle daha da uzatabileceğim üzere matematik fiziksel evrenden büyük ölçüde bağımsız kavramlar üretir ve onlar üzerinden işlemler yapar. Fizik bilimi ise matematiğin ürettiği bu kavramları fiziksel evrene uygulayarak evreni açıklamaya çalışır. Burada ilginç olan insan zihninden çıkan bu tasarıların evreni açıklayabilmesidir. Bunu felsefi açıdan değerlendirmek gerekirse, Platoncular bunu zaten var olan ideaların matematiksel olarak algılanıp, gerçekler dünyasına uygulanması olarak yorumlayabilirler. Materyalistler ise bu kavramların zaten fiziksel evren kaynaklı olmalarından dolayı, fiziksel evreni açıklamakta başarılı olduğunu savunabilirler. Bu konuda ciddi bir metafizik, fizik çatışması vardır. Bu bir bakıma o tarihi her şey tinsel midir yoksa madde kaynaklı mıdır sorusunun bir kez daha ortaya çıkışıdır.

“Tellerin mırıldamasında geometri,
gezegenlerin yerleşiminde müzik vardır.”

Pisagor

KAYNAKÇA

Bu yazıda verdiğim kaynakçaların iki genel işlevi oldu. İlki benim bu yazıyı yazmak için ihtiyaç duyduğum bilgi birikimini oluşturmak, ikincisi de sunmak için bazı verileri bana sağlamaktı. Zaten ikincisini yaptığım yerlerde nerelerden alıntıladığımı belirttim. Ayrıca okuduğum metinleri kaynakçada belirtmeyi etik olarak doğru buldum.

YAZILI KAYNAKLAR

Cajori, F. (1909). *A History of Mathematics* (6. Basım). Londra: Macmillan Publishers

Conan, A. R. (2005). *Bilim Tarihi: Dünya Kültürlerinde Bilimin Tarihi ve Gelişimi* (4. Baskı). (E. İhsanoğlu ve F. Günergün, Çev.). Ankara: TÜBİTAK Yayınları (Orjinal çalışma basım tarihi 1985)

Cryan, D., Shatil, S. Ve Mayblin B. (2010) *Mantık*.(N. Elhüseyni, Çev.). İstanbul: Doğuş Grubu İletişim Yayıncılık ve Ticaret (Orijinal çalışma basım tarihi 2001)

King, J. P. (2010) *Matematik Sanatı* (19. Basım). (N. Arık, Çev.). Ankara: TÜBİTAK Yayınları (Orijinal çalışma basım tarihi 1992)

Nesin, A. (2011). *Matematik ve Gerçek* (4. Baskı). İstanbul: Nesin Yayıncılık

Yıldırım, C. (2009). *Bilim Tarihi* (12. Basım). İstanbul: Remzi Kitabevi

İNTERNET KAYNAKLARI

"Artificial Languages", http://pandora.cii.wwu.edu/vajda/ling201/test4materials/artificial_languages.htm, erişim: 2 Nisan 2013

"Carl Friedrich Gauss", http://en.wikipedia.org/wiki/Carl_Friedrich_Gauss, erişim: 27 Ekim 2012

"Certainty In Mathematics and Physics", http://www.mathpages.com/home/kmath372.htm, erişim: 3 Haziran 2013

"Constructed Language", http://en.wikipedia.org/wiki/Constructed_language, erişim: 2 Nisan 2013

"Earliest Uses of Various Mathematical Symbols", http://jeff560.tripod.com/mathsym.html, erişim: 15 Mart 2013

"David Hilbert", http://en.wikipedia.org/wiki/David_Hilbert, erişim: 14 Eylül 2013

"History of Mathematical Notation", http://en.wikipedia.org/wiki/History_of_mathematical_notation, erişim: 15 Mart 2013

"Kurt Gödel", http://en.wikipedia.org/wiki/Kurt_G%C3%B6del, erişim: 14 Eylül 2013

"Mathematics as Language" http://www.ascd.org/publications/books/105137/chapters/Mathematics-as-Language.aspx, erişim: 9 Mayıs 2013

"Mathematics The Language of Science" http://www.bcamath.org/documentos_public/archivos/BCAM_About_us.pdf, erişim: 9 Mayıs 2013

"Maths as a Language", http://pages.uoregon.edu/moursund/Math/language.htm, erişim: 9 Mayıs 2013

"Rene Descartes", http://en.wikipedia.org/wiki/Ren%C3%A9_Descartes, erişim: 18 Ekim 2012

"Riemannian Geometry", http://en.wikipedia.org/wiki/Riemannian_geometry, erişim: 27 Ekim 2012

"The Language and Grammar of Mathematics", https://www.dpmms.cam.ac.uk/~wtg10/grammar.pdf, erişim:

"Zenon'un Paradoksları", http://tr.wikipedia.org/wiki/Zenon%27un_paradokslar%C4%B1, erişim: 17 Ekim 2012

Bertz, K. E. "Certainty in Mathematics" https://www.abo.fi/sitebuilder/media/6840/kim.pdf, erişim: 3 Haziran 2013

Bogomolny, A. "Mathematics as a Language", http://www.cut-the-knot.com/language/, erişim: 26 Şubat 2013

Bozdemir, S. ve Eker, S. "Fizikte Yeni Bir Çağ Açan Buluş: Kuantum Kuramı", http://strateji.cukurova.edu.tr/EGITIM/bozdemir/bozdemir_kuantum_04.pdf, erişim: 17 Kasım 2012

Gauthier, Y. "Constructive truth and certainty in logic and mathematics", http://www.philo.umontreal.ca/documents/cahiers/Constructivetruthandcertaintyinlogicandmathematic.pdf, erişim: 3 Haziran 2013

Hortsen, L. "Philosophy of Mathematics", http://plato.stanford.edu/entries/philosophy-mathematics/, erişim: 5 Mayıs 2013

Isenberg, R. "Artificial Languages", http://folk.uib.no/hnohf/artlang.htm, erişim: 2 Nisan 2013

Jamison, R. E. "Learning the Language of Mathematics", http://wac.colostate.edu/llad/v4n1/jamison.pdf, erişim: 26 Şubat 2013

Peat, F. D. "Mathematics and the Language of Nature" , http://www.fdavidpeat.com/bibliography/essays/maths.htm, erişim: 26 Şubat 2013

Torun, C. G. "Bilim Tarihi Işığında Görelilik Teorileri, Kuantum Mekaniği ve Her Şeyin Teorisi", http://www.mukal.org/bilim-tarihi-isiginda-gorelilik-teorileri-kuantum-mekanigi-ve-her-seyin-teorisi/, erişim: 16 Mayıs 2013

Wolfram, S. "Mathematical Notation: Past and Future", http://www.stephenwolfram.com/publications/recent/mathml/mathml2.html, erişim: 15 Mart 2013

GÖRSELLERİN KAYNAKLAR

Şekil 1: "C++ Tutorials – Lesson 24: Arrays and Pointers of Class", http://www.functionx.com/cpp/Lesson24.htm, erişim: 03 Kasım 2012

Şekil 2: "Dialogos of Eide: Summing over Histories", http://www.eskesthai.com/search/label/Summing%20over%20Histories, erişim: 3 Kasım 2012

Şekil 3: "Gravity in General Relativity", http://my.opera.com/easteinstein/blog/show.dml/11172801, erişim: 3 Kasım 2012